
Aufgabe 1 *(Ausgleichsgerade)*
Die Ausgleichgerade $y = ax + b$ zu den Messdaten $\{(x_k, y_k) : k = 1, \ldots, N\}$ ist dadurch bestimmt, dass der Punkt $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ die Quadratsumme

$$f(a,b) := \sum_{k=1}^{N} (ax_k + b - y_k)^2$$

minimiert. Begründen Sie, dass es den Punkt (a, b) gibt und berechnen Sie ihn.

Aufgabe 2 *(Kritische Punkte)*
Bestimmen Sie die kritischen Punkte der folgenden Funktionen f. Zeichnen Sie jeweils die Höhenlinien $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = c\}$ (in der Nähe der kritischen Punkte).

(a) $f(x, y) = xy(x - 1)$.

(b) $f(x, y) = \sin(xy)$.

Aufgabe 3 *(Faltung)*
Sei $f \in C^1(\mathbb{R})$ mit $f(x) = 0$ für $|x| \geq 100$. Überlegen Sie, dass für $g \in C^0(\mathbb{R})$

$$G : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ G(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x - y) g(y)\, dy$$

definiert ist und dass gilt

$$G'(x) = \int_{\mathbb{R}} f'(x - y) g(y)\, dy.$$

Aufgabe 4 *(Parameterintegrale mit variablen Grenzen)*
Sei $f = f(x, y)$ eine C^1-Funktion auf $I \times [\alpha, \beta]$. Begründen Sie für C^1-Funktionen $a, b : I \to (\alpha, \beta)$ die Formel

$$\frac{d}{dx} \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, y)\, dy = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\, dy + b'(x) f(x, b(x)) - a'(x) f(x, a(x)).$$

Hinweis. Wenden Sie die Kettenregel an mit der Funktion

$$\phi : I \times (\alpha, \beta) \times (\alpha, \beta) \to \mathbb{R},\ \phi(x, a, b) = \int_a^b f(x, y)\, dy$$

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 17.6.2013, vor der Vorlesung.